



LA GEOMETRIE AU CYCLE 3

TEMPS FORT DÉPARTEMENTAL

INTRODUCTION

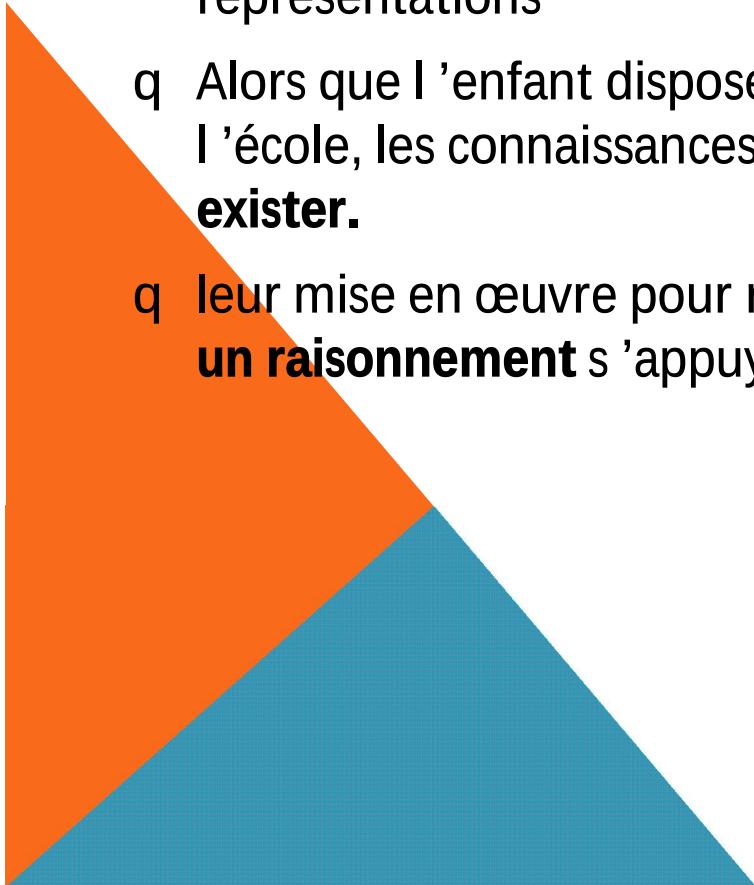
Ce que les programmes de l'école appellent « géométrie » (mesure de la terre) renvoie à deux champs de connaissances :

- v les connaissances que l'on va qualifier de « **spatiales** »
- v les connaissances que l'on va qualifier de « **géométriques** »



2/ LES CONNAISSANCES GÉOMÉTRIQUES

- q Celles qui se réfèrent à **un savoir** mathématique, relatif à **des concepts** théoriques, organisés autour **de définitions** et théorèmes
- q Elles permettent de **résoudre des problèmes** spatiaux par l'intermédiaire d'une modélisation et des problèmes théoriques en s'appuyant sur des représentations
- q Alors que l'enfant dispose de connaissances spatiales avant son entrée à l'école, les connaissances géométriques doivent être enseignées **pour exister.**
- q leur mise en œuvre pour résoudre un problème de géométrie nécessite **un raisonnement** s'appuyant sur les règles du débat mathématique.



1/ LES CONNAISSANCES SPATIALES

Brousseau propose une classification de ces différents milieux en trois types d'espace :

§ le macro-espace:

Ø Espace des situations où le sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire beaucoup trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard.

le méso-espace:

Espace des situations où le sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire placé sous le contrôle de sa vue,

le micro-espace:

Espace des petits objets que le sujet peut manipuler, déplacer ...



A PROPOS DES PROGRAMMES

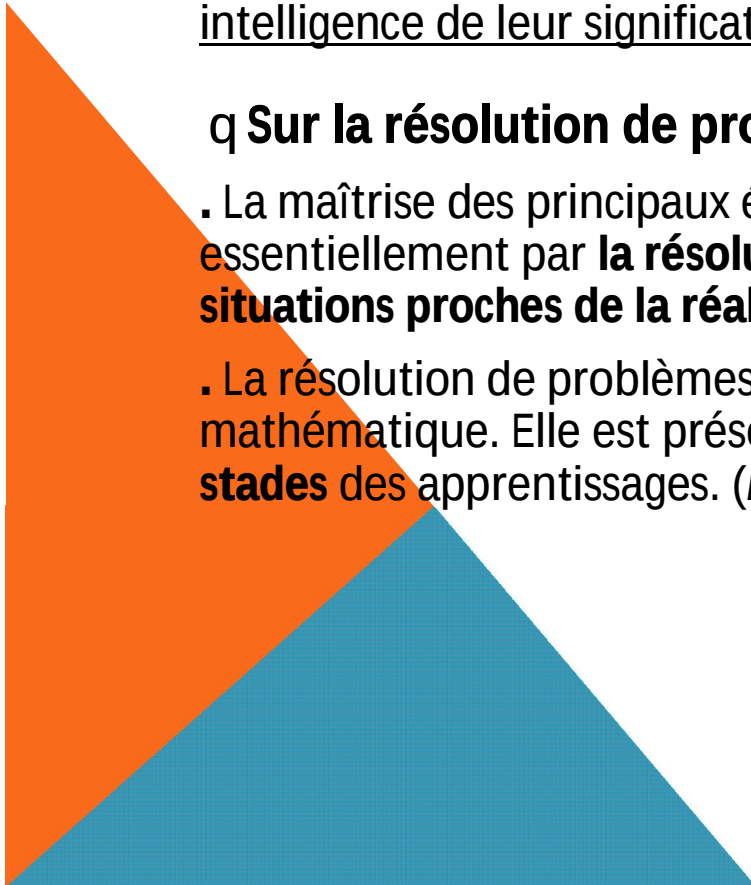
Deux points importants pour penser leur mise en œuvre

q Sur les enjeux

- La pratique des mathématiques développe le goût de **la recherche** et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision.
- L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

q Sur la résolution de problèmes

- La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par **la résolution de problèmes**, notamment à partir de **situations proches de la réalité**. (*Socle commun, 2006*)
- La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans **tous les domaines** et s'exerce **à tous les stades** des apprentissages. (*Programmes, 2008*)



A PROPOS DES PROGRAMMES (POUR RÉSUMER)

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves **de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.**

C'est dans la solution de problèmes que sont élaborées les notions et que sont extraites les propriétés pertinentes. Gérard Vergnaud

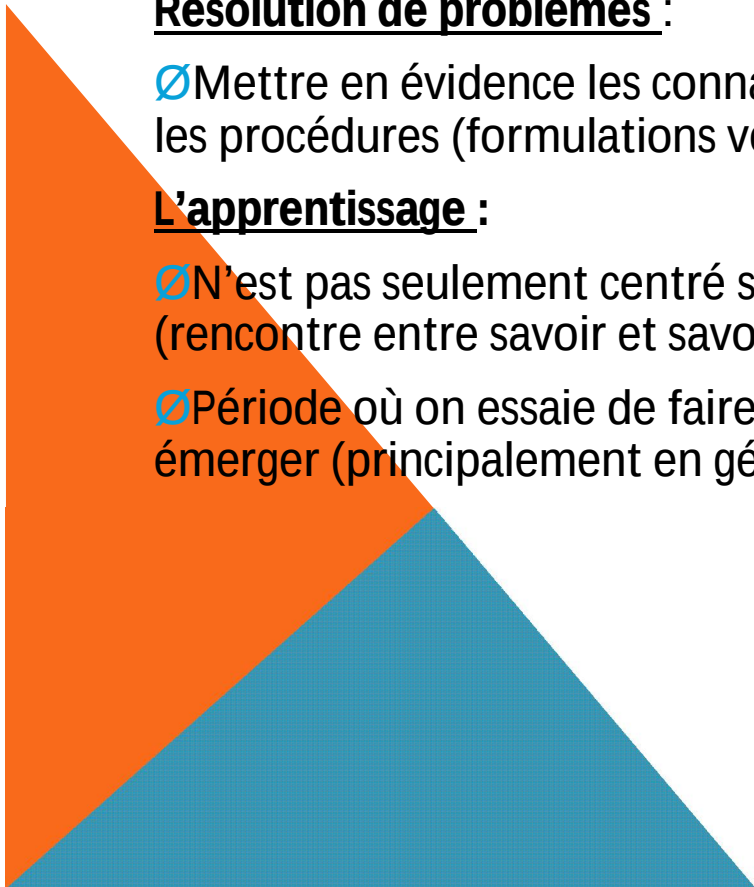
Résolution de problèmes :

Ø Mettre en évidence les connaissances opératoires, les représentations des élèves, les procédures (formulations verbales, dessins, schémas,...)

L'apprentissage :

Ø N'est pas seulement centré sur les connaissances mais aussi sur les procédures (rencontre entre savoir et savoir faire)

Ø Période où on essaie de faire sans en avoir les compétences, pour les faire émerger (principalement en géométrie)



APPRENTISSAGE SUR LE LONG TERME

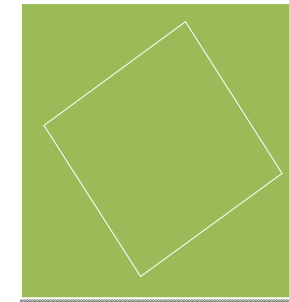
Au C1 et C2	Géométrie de la perception	Est vrai ce qui est vu comme vrai.	L'outil est l'œil.
A la fin du C2 et au C3	Géométrie instrumentée	Est vrai ce qui est contrôlé par des instruments.	La boîte à outil s'équipe de la règle, de l'équerre, du compas, du rapporteur...
A partir de la fin de la 5ème	Géométrie déductive	Est vrai ce qui est démontré.	Il y a maintenant les théorèmes dans la boîte à outils.

RECONNAISSANCE DU CARRÉ

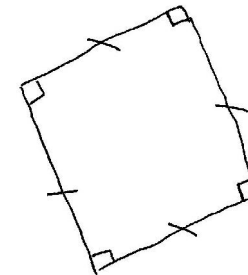
- ✓ Au CP, seul A est reconnu comme un carré
- ✓ Au CE2, B devrait l'être aussi
- ✓ En 6^e, C également



A



B



C



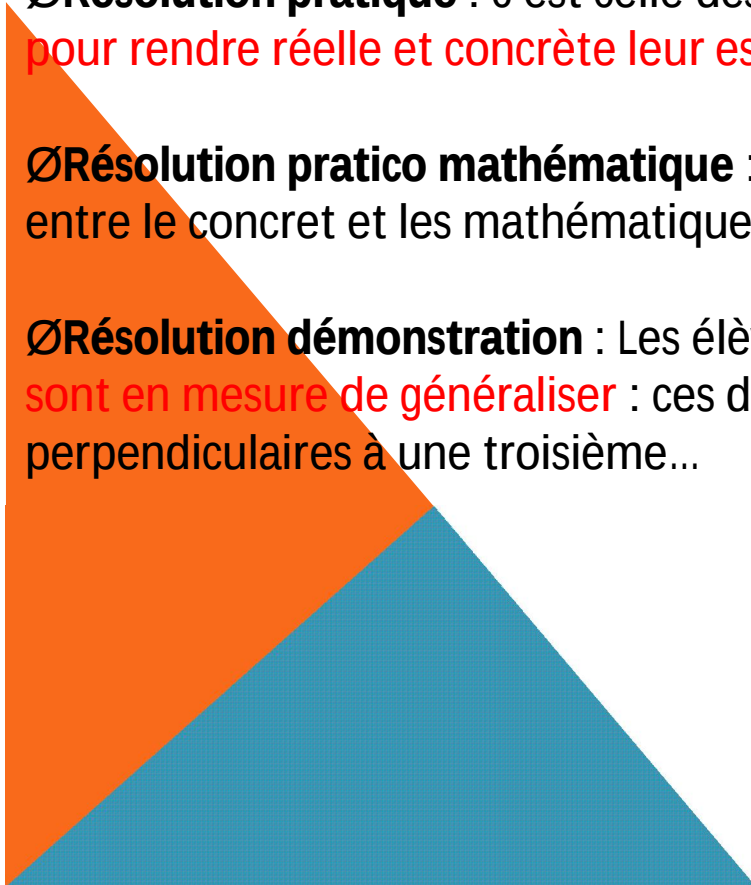
Par rapport à la résolution d'un problème géométrique on trouve 4 niveaux d'expertise.

Ø **Résolution perceptive** : les enfants identifient à l'œil un carré. Attention cette résolution qui s'appuie sur le vécu des élèves fonctionne parfois et on s'aperçoit que les enfants de maternelle ont parfois des connaissances réelles sur les propriétés du carré qu'ils ont construites intuitivement même s'ils n'ont pas le vocabulaire qui va avec. Cette résolution les amène à faire une **estimation du résultat**.

Ø **Résolution pratique** : c'est celle des élèves qui collent, découpent, superposent... bricolent **pour rendre réelle et concrète leur estimation**.

Ø **Résolution pratico mathématique** : **Les élèves mesurent, modélisent**. Ils sont à la frontière entre le concret et les mathématiques. Ils vont construire une maquette, faire un schéma...

Ø **Résolution démonstration** : Les élèves sont passés de l'objet réel à **l'objet mathématique, ils sont en mesure de généraliser** : ces droites sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à une troisième...



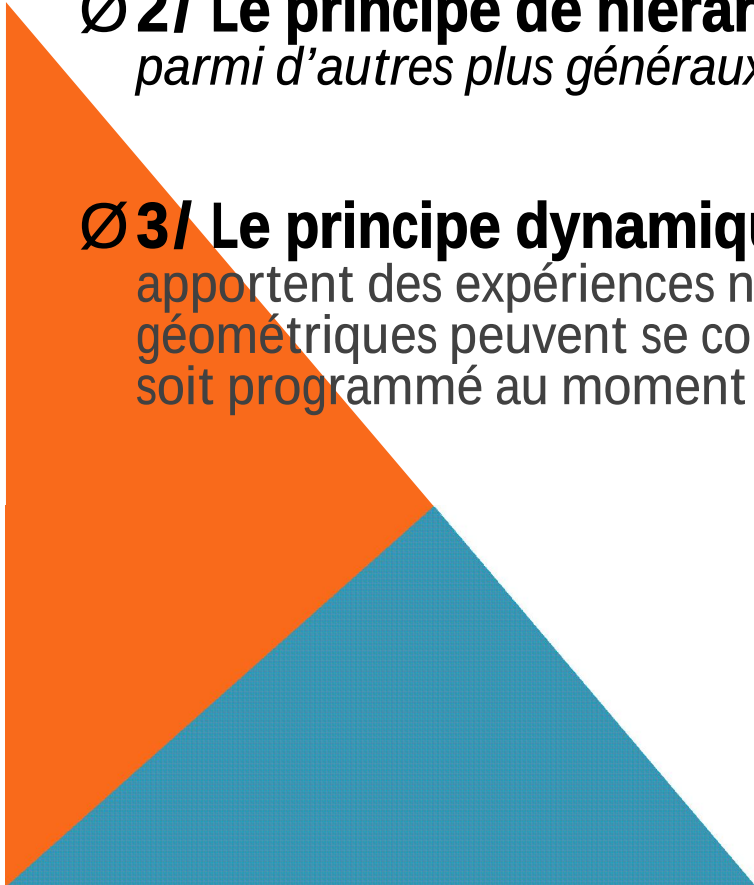
PRINCIPES DIDACTIQUES EN GÉOMÉTRIE

10 principes pour assurer la stabilité d'un concept mathématique

Ø **1/ Le principe de pluralité:** *Une même structure doit être présentée sous des formes variées. Associer de nombreux exemples à un concept.*

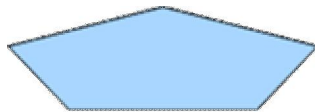
Ø **2/ Le principe de hiérarchisation:** *Nécessité de replacer un concept parmi d'autres plus généraux. Les concepts mathématiques ne sont pas isolés.*

Ø **3/ Le principe dynamique:** Des jeux préliminaires, structurés et concrets apportent des expériences nécessaires à partir desquelles les concepts géométriques peuvent se construire, à condition que chaque type d'activité soit programmé au moment approprié.



Ø 4/ Le principe de négation: *Lors de la présentation d'un concept il faut le situer par rapport au non-concept.*

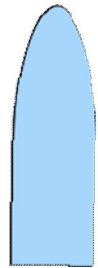
- Expliquer pourquoi les figures A et B sont des polygones et la figure C ne l'est pas.



A



B

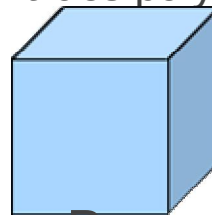


C

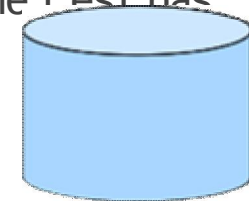
- Expliquer pourquoi les solides A et B sont des polyèdres et le solide C ne l'est pas.



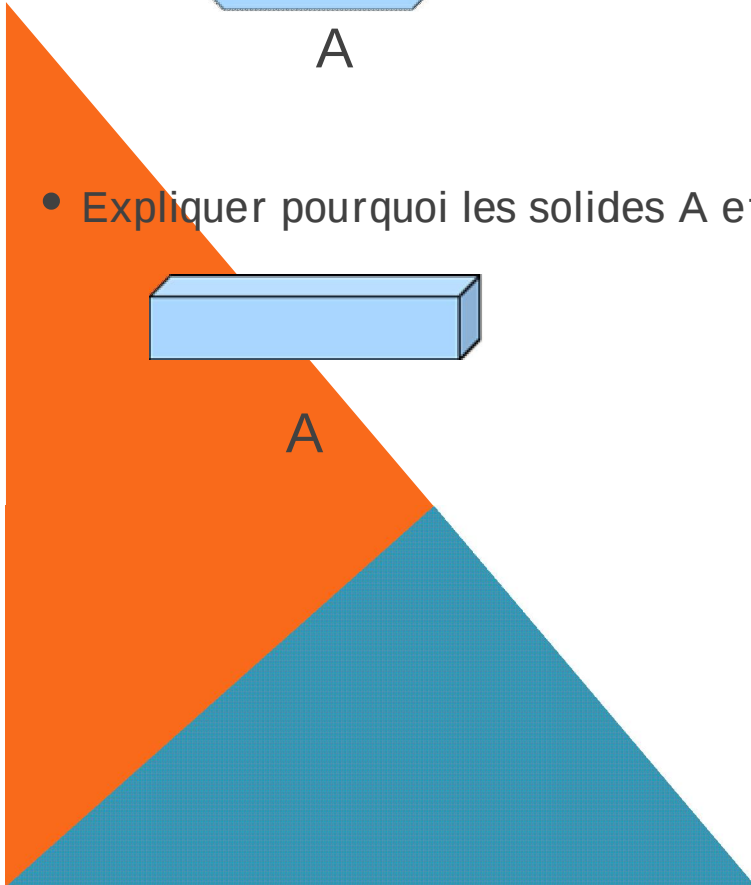
A



B



C



- Ø **5/ Le principe de constructivité:** La construction intuitive devra précéder l'analyse et la pensée réflexive. *Donner à l'élève la possibilité de découvrir des faits par lui-même.*
- Ø **6/ Le principe d'auto-correction:** *L'enfant progresse en corrigeant lui-même ses erreurs.*
- Ø **7/ Le principe de variabilité didactique:** *Les concepts mettant en jeu des variables doivent être appris par des expériences réalisant le plus grand nombre possible de valeurs différentes de ces variables.*
- Ø **8/ Le principe de variabilité perceptuelle:** *Présenter le concept en faisant appel à tous les moyens de perception possibles.*
- Ø **9/ Le principe d'utilisation des représentations:** *Toutes les représentations graphiques facilitant la représentation mentale seront utilisées.*
- Ø **10/ Le principe d'expérimentation:** *L'élève acquiert ses concepts à l'aide de ses expériences propres.*

Les étapes nécessaires pour construire les savoirs

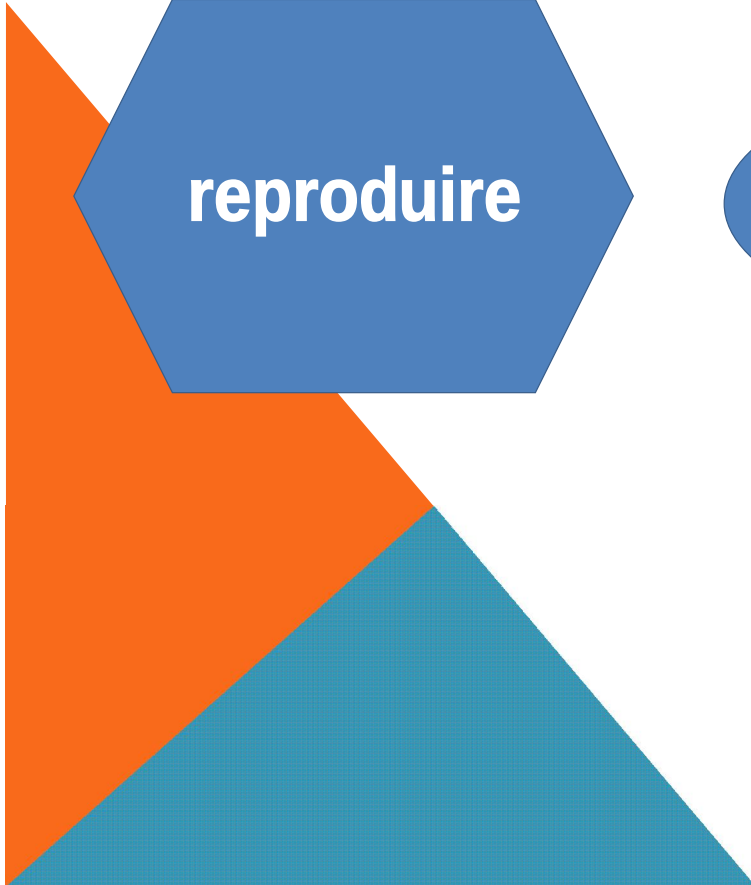
Produire

construire

reproduire

décrire

représenter



REPRODUIRE

C'est réaliser une copie de l'objet à l'identique.

L'élève doit :

Ø- analyser la figure

Ø- mobiliser les propriétés de la figure pour définir une chronologie des tracés

Ø- faire un choix d'instruments

Ø- mettre en place des contrôles

Variables :

Ø la complexité de l'objet, le support, les outils

Validation : par superposition



COMPLETER

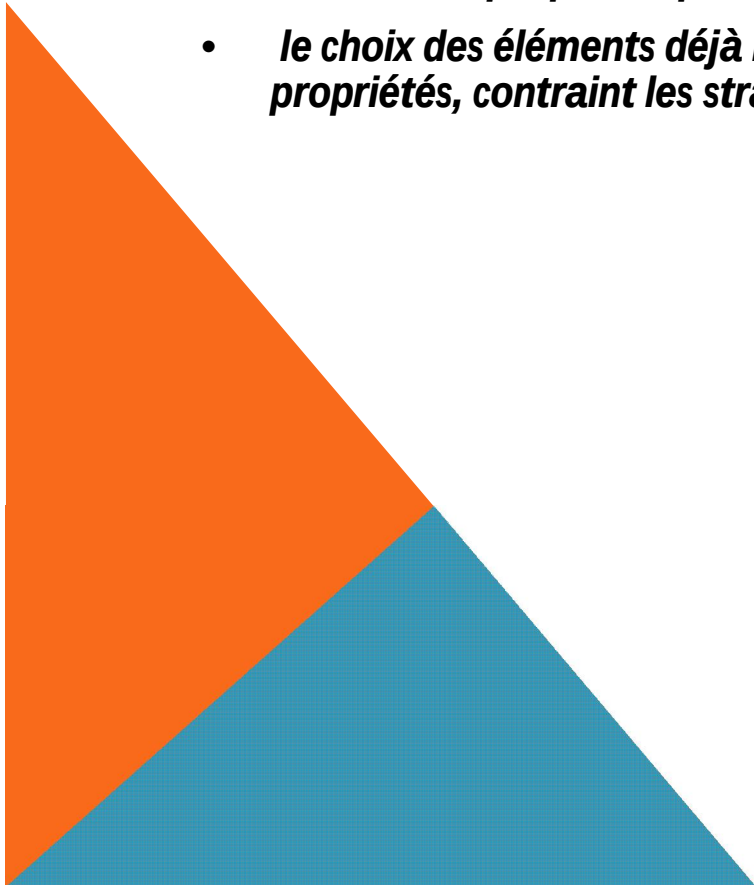
Une partie de la figure est déjà reproduite, l'élève doit poursuivre la reproduction.

Il doit pour cela, en plus des compétences sollicitées pour reproduire une figure :

Ø identifier les éléments déjà reproduits.

Variables :

- ***les mêmes que pour reproduire avec en plus***
- ***le choix des éléments déjà reproduits qui orientent vers l'utilisation de certaines propriétés, contraint les stratégies de construction .***



CONSTRUIRE

A partir d'un programme de construction

L'élève doit maîtriser :

- Ø le vocabulaire et sa signification
- Ø les propriétés des objets
- Ø la syntaxe spécifique de la géométrie

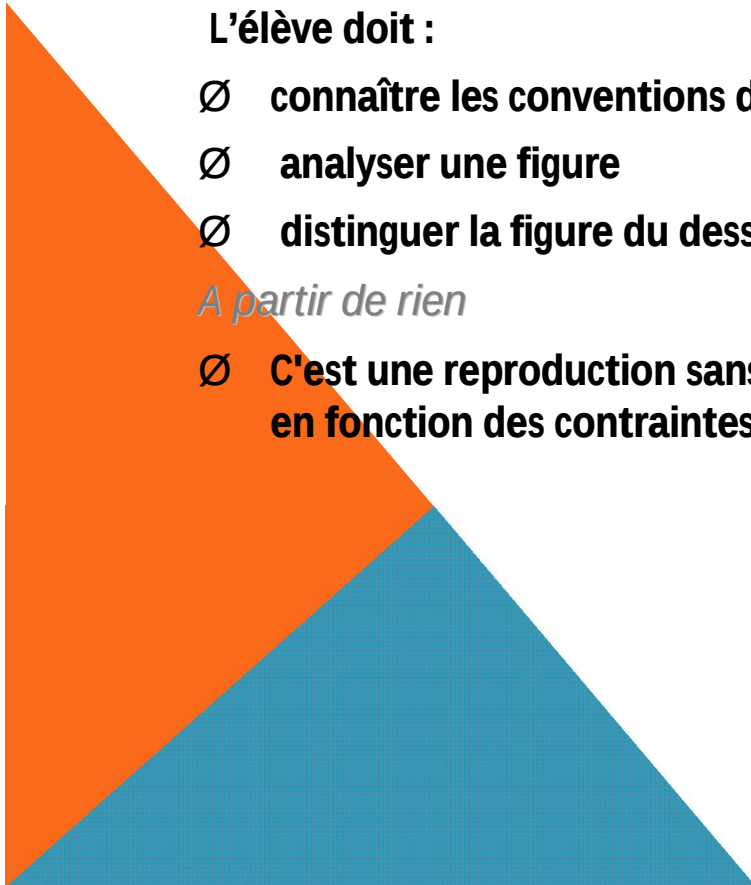
A partir d'un schéma coté

L'élève doit :

- Ø connaître les conventions de codage
- Ø analyser une figure
- Ø distinguer la figure du dessin

A partir de rien

- Ø **C'est une reproduction sans modèle, où on doit concevoir l'objet, et choisir le matériel en fonction des contraintes du problème.**



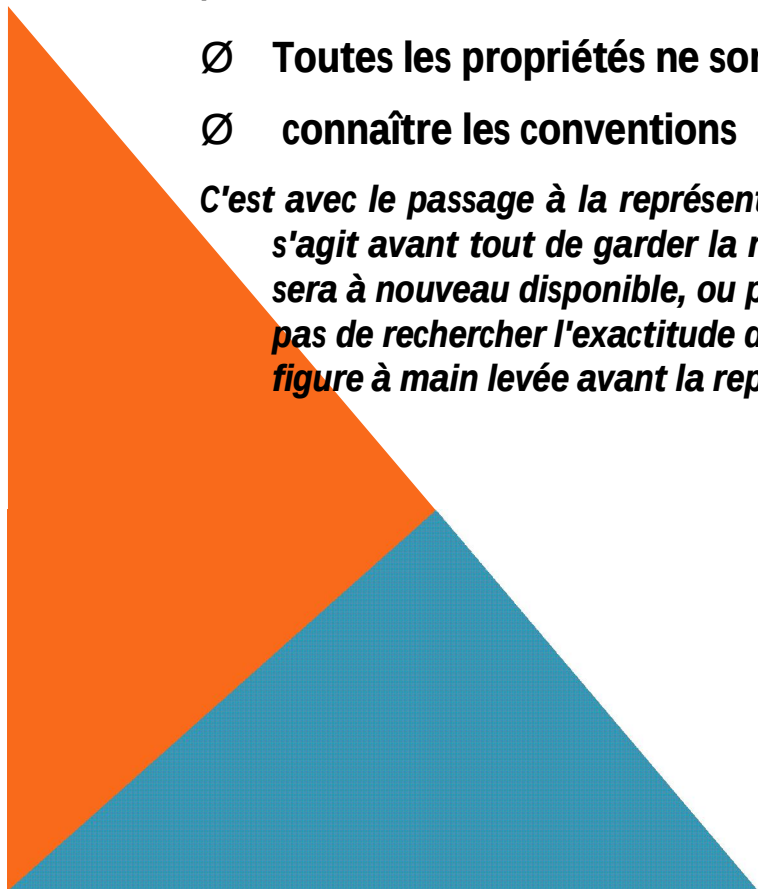
REPRESENTER

Dans le cas d'un objet de l'espace

L'élève doit :

- Ø faire abstraction de certaines propriétés de l'objet
- Ø Toutes les propriétés ne sont pas conservées sur une représentation
- Ø connaître les conventions

C'est avec le passage à la représentation que commence l'activité mathématique proprement dite. Il s'agit avant tout de garder la mémoire de l'objet. Pour pouvoir le reconstruire quand le matériel sera à nouveau disponible, ou pour résoudre un problème en l'absence de l'objet. Il ne s'agit donc pas de rechercher l'exactitude de la reproduction. Et c'est là qu'il faudra faire l'apprentissage de la figure à main levée avant la représentation codifiée



DECRIRE

Pour reconnaître une figure parmi d'autres l'élève doit :

Ø identifier les caractéristiques des figures

Ø maîtriser le vocabulaire

Variables :

- le choix des figures qui oriente vers une description globale ou par les propriétés,
- les caractéristiques des figures qui conduisent à tenir compte d'un ou plusieurs critères,
- le choix des caractéristiques discriminantes,
- les outils mis à disposition pour prendre de l'information

Pour reproduire une figure l'élève doit :

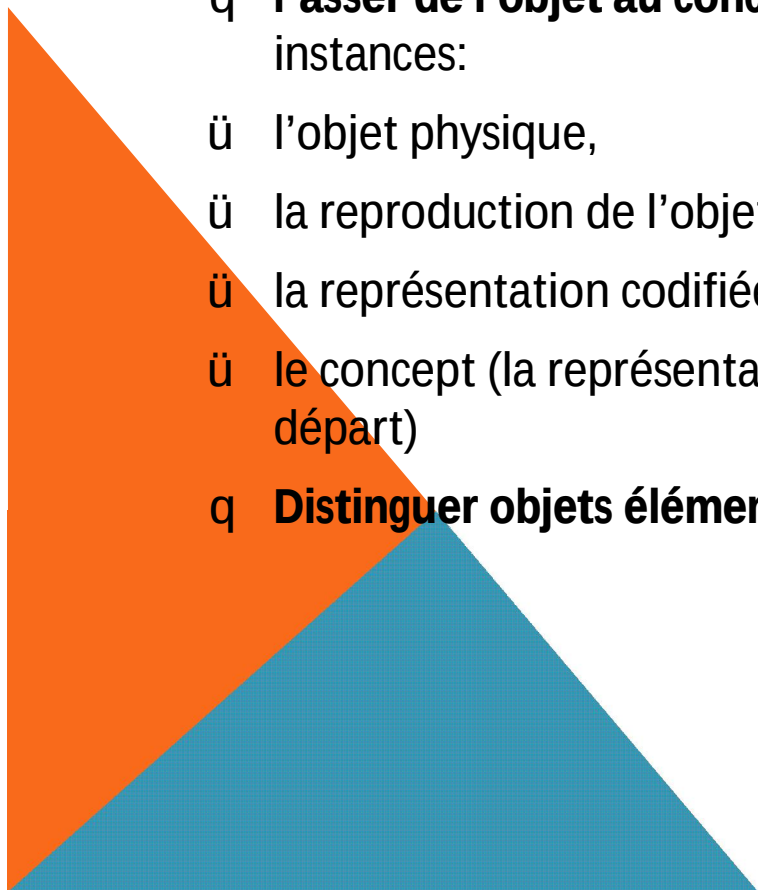
Ø analyser la figure

Ø communiquer les différentes étapes de la construction, ce qui nécessite de :

- ü définir une chronologie,
- ü choisir le vocabulaire adapté,
- ü se décentrer pour contrôler que le message est recevable par un tiers

QUELS OBSTACLES, QUELLES DIFFICULTES ?

- q **Représenter des objets** dans l'espace demande de maîtriser des outils difficiles (perspective, patron)
- q **Construire du savoir** géométrique demande de structurer les connaissances sur les formes et structurer les connaissances sur les relations spatiales qu'ont les formes entre elles.
- q **Passer de l'objet au concept** mathématique demande la maîtrise de 4 instances:
 - ü l'objet physique,
 - ü la reproduction de l'objet (sur papier, pâte à modeler,...)
 - ü la représentation codifiée sur papier avec outils adaptés
 - ü le concept (la représentation existe indépendamment de l'objet de départ)
- q **Distinguer objets élémentaires - objets premiers**



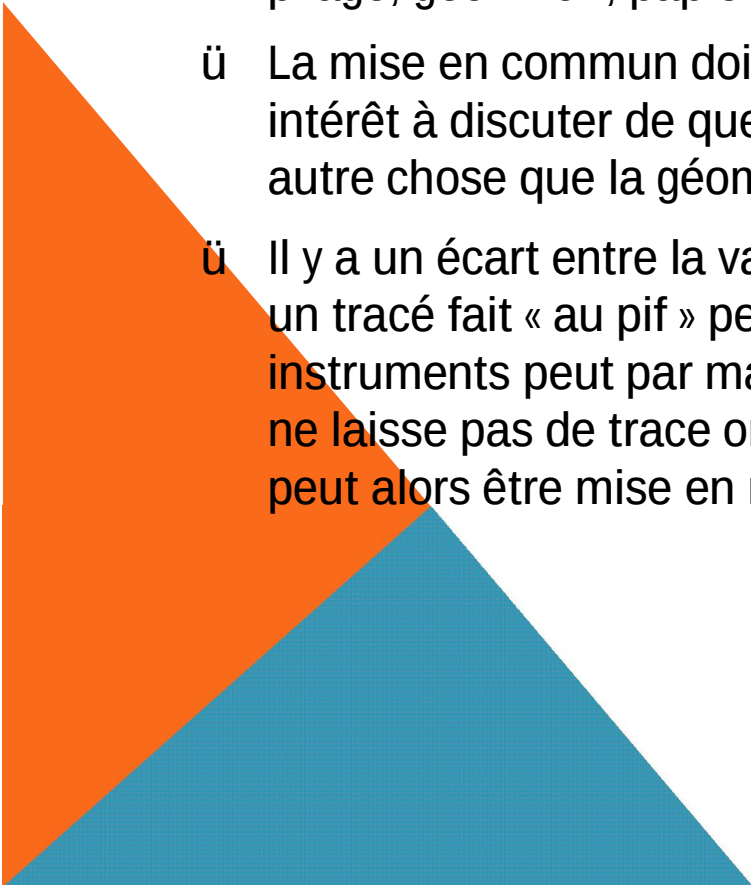
Perpendicularité Evolution de la notion à l'école

Ø Exemple d'une progression.

La démarche proposée est donc de partir de ce que les élèves connaissent pour les amener à découvrir ce qu'ils ne connaissent pas : l'élève de CM1 pense qu'il connaît tout du carré et du rectangle qu'il manipule depuis la maternelle alors que le point par exemple n'a pas vraiment d'existence pour les élèves de C3.

QUELQUES CONSEILS PRATIQUES

- ü Plus la feuille sur laquelle je trace est grande plus les erreurs se verront et on aura une perception facilitée.
- ü L'outil que je donne est celui qui sera utilisé, d'où l'idée d'une boîte à outils en géométrie où ils sont rassemblés et dans laquelle l'élève choisit celui qu'il veut utiliser. (Gabarits : angle droit, angles, longueurs Règle graduée ou non, équerres (ordinaire, réquerre, téquerre) Guide-âne, compas, calque, pliage, géomiroir, papier quadrillé, papier pointé...)
- ü La mise en commun doit avoir lieu avant la validation car il n'y a aucun intérêt à discuter de quelque chose que je sais faux. (c'est valable pour autre chose que la géométrie)
- ü Il y a un écart entre la validation de la production et celle de la procédure : un tracé fait « au pif » peut être juste alors que celui fait avec les instruments peut par maladresse être faux. Pour valider une procédure qui ne laisse pas de trace on peut la faire faire au tableau par un élève, elle peut alors être mise en mots.



Une première étape au CE1

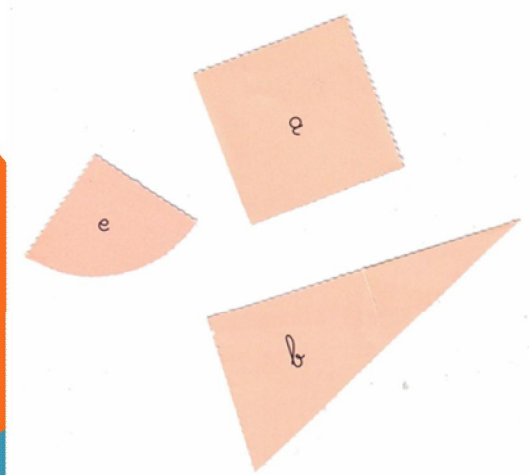
L'angle droit lié au "coin" du carré



Mise en débat : *carré / pas carré*



Les gabarits avant l'équerre



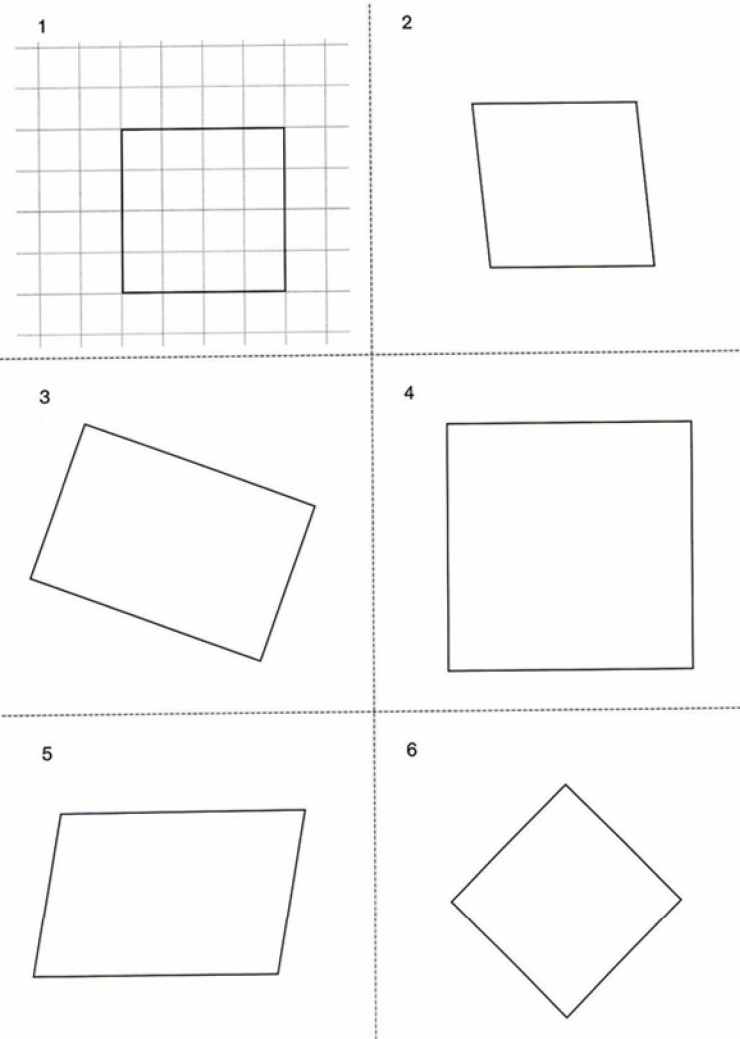
CapMaths CE1

© Hatier 2006 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

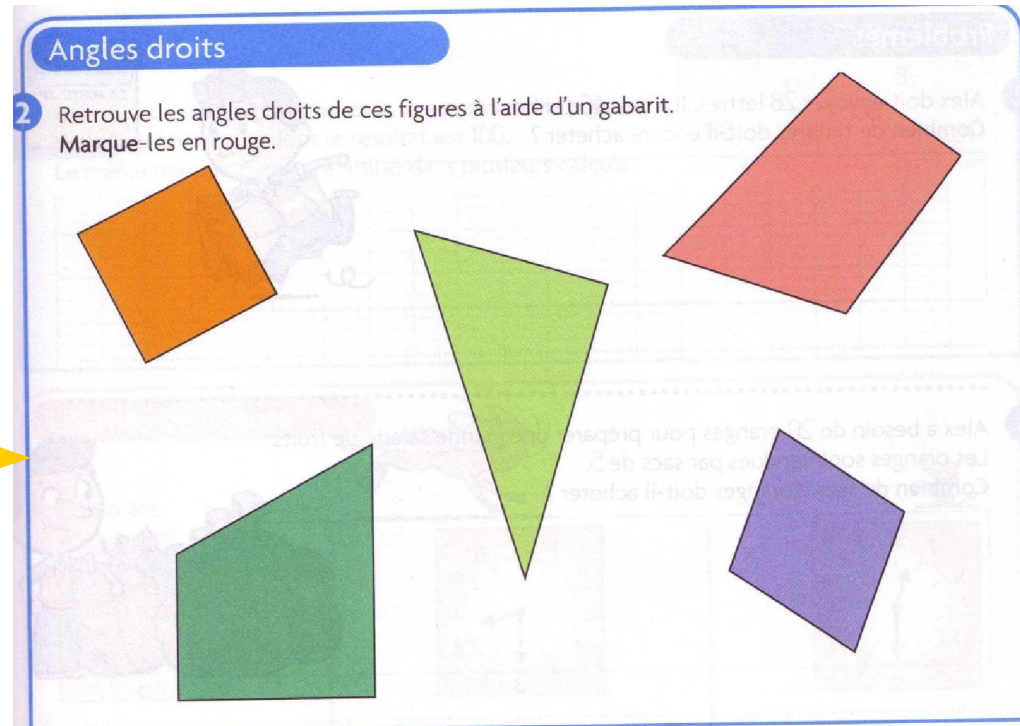
64

UNITÉ 11 - Séance 7
Guide - p.225

Reconnaître des carrés et des rectangles



Des angles droits dans
d'autres figures

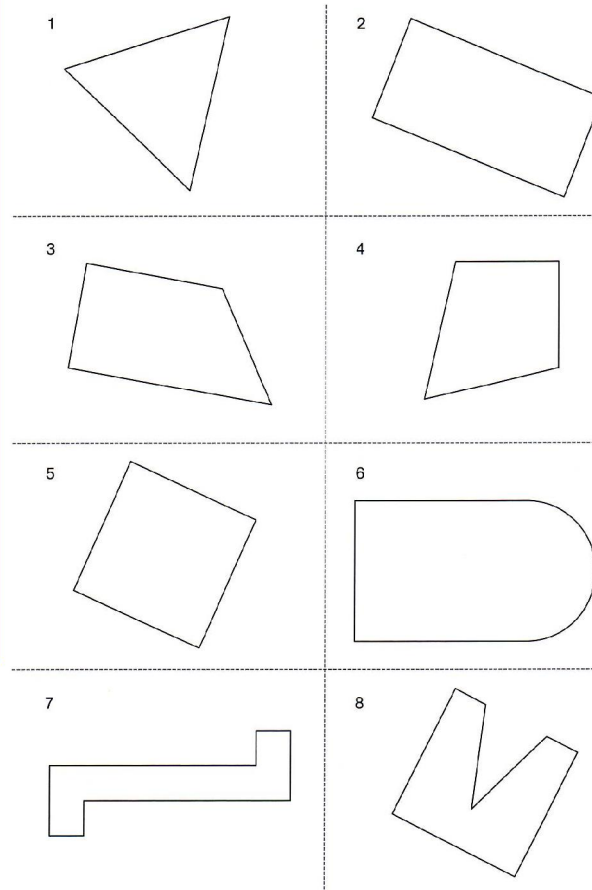


Portrait : Qui suis-je ?

- J'ai un seul angle droit
- J'ai 8 côtés, 6 angles droits et un axe de symétrie
- J'ai 4 côtés et 2 angles droits

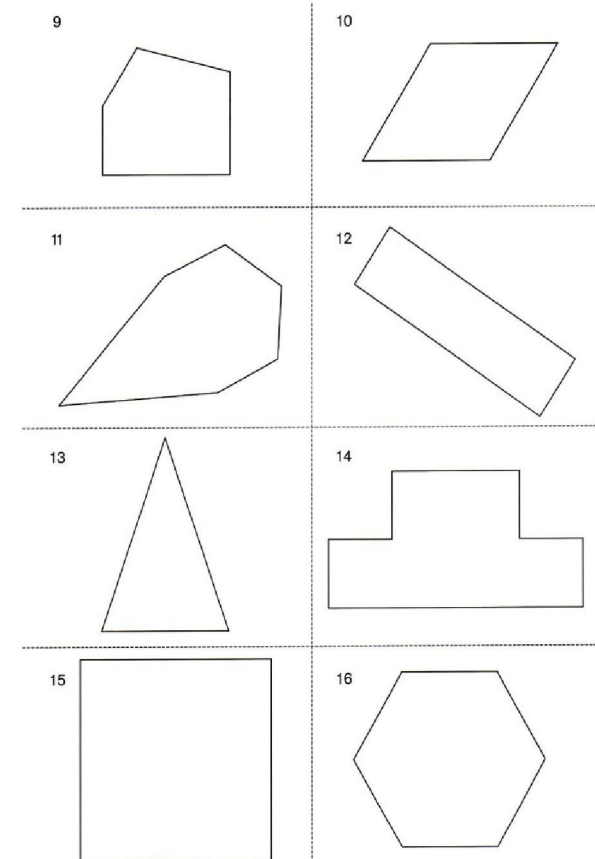
CapMaths CE1
58 UNITÉ 11 - Séance 3
Guide - p.216
UNITÉ 12 - Séance 6
Guide - p.244

Polygones ► Qui suis-je ?



CapMaths CE1
59 UNITÉ 11 - Séance 3
Guide - p.216
UNITÉ 12 - Séance 6
Guide - p.244

Polygones ► Qui suis-je ?



Une deuxième étape au CE2

Des gabarits aux équerres



Différentes équerres

- Repérage des angles droits

Les équerres pour

- Identifier des angles droits
- Reconnaître des figures (carré, rectangle, triangle rectangle)
- Reproduire, compléter, construire des figures



Une troisième étape au CE2

La perpendicularité

Point de départ

- Horizontal / vertical

2 directions déterminées par le
fil à plomb et le niveau à bulle

Lien avec angle droit

Retrouver la trace du fil à plomb
lorsque qu'on fera coïncider cette
ligne avec le niveau à bulle.

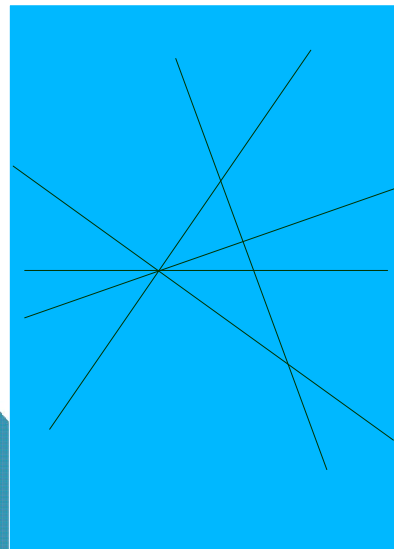
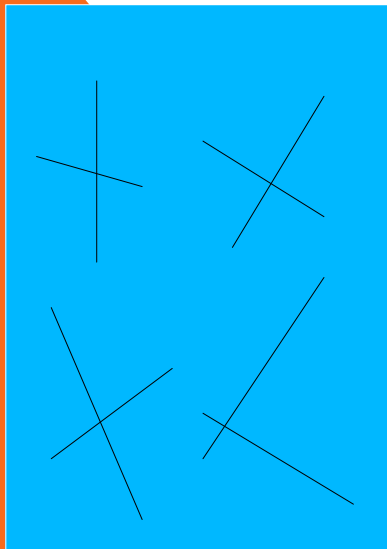
Définition

*Deux droites qui se coupent
en formant un angle droit
sont deux droites perpendiculaires.*

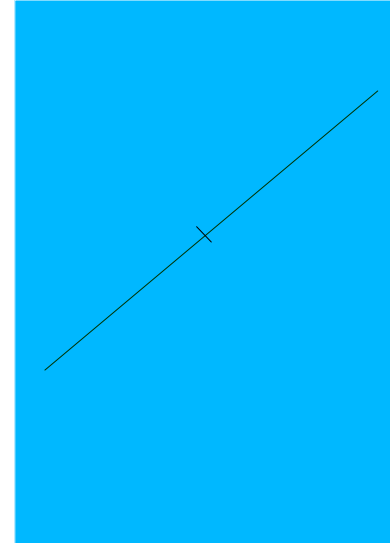
Une quatrième étape au CE2

Entraîner et enrichir la perpendicularité

Identifier
à vue
à avec l'équerre



Tracer,
à main levée
avec l'équerre



Une cinquième étape au CM1

L'angle droit parmi d'autres angles

Angle droit = quart de tour

2 perpendiculaires : 4 angles droits

Recherche

Quatre angles égaux

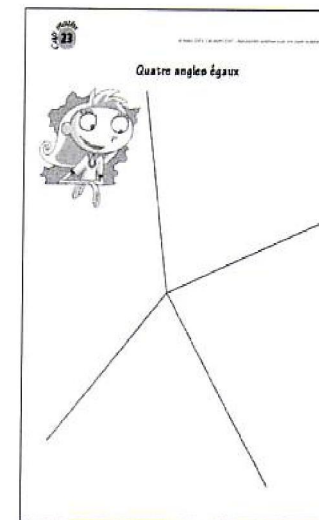
1

Travail sur fiche.

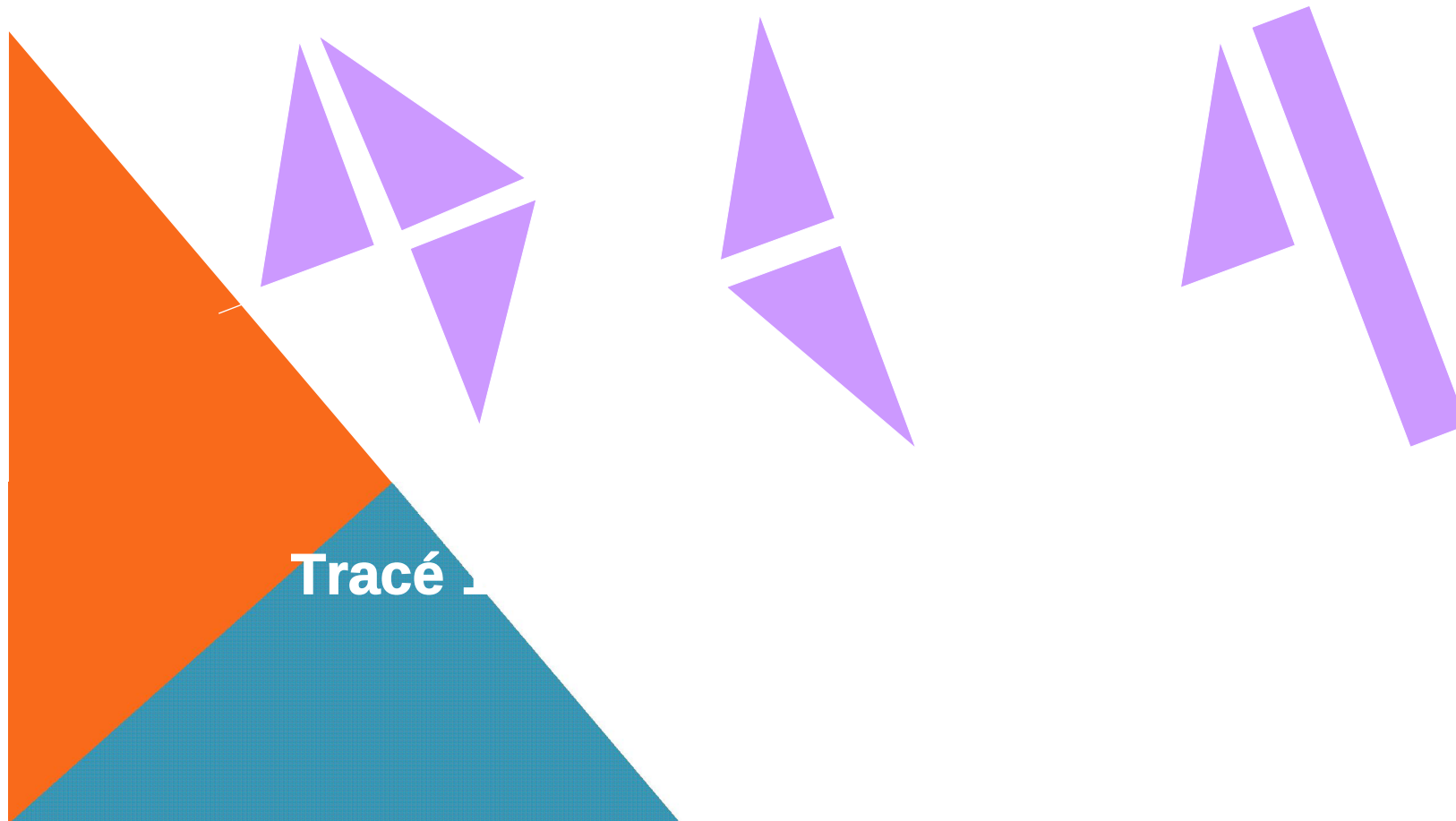
Géomette a tracé sur sa feuille 4 angles qui ont tous le même sommet. Les 4 angles ne sont pas égaux.

Sur ta première feuille, saurais-tu faire apparaître quatre angles tous égaux et qui ont tous pour sommet le point dessiné ?

Tu ne peux utiliser ni instruments, ni calque, ni crayon.



Optimisation du tracé de deux droites perpendiculaires

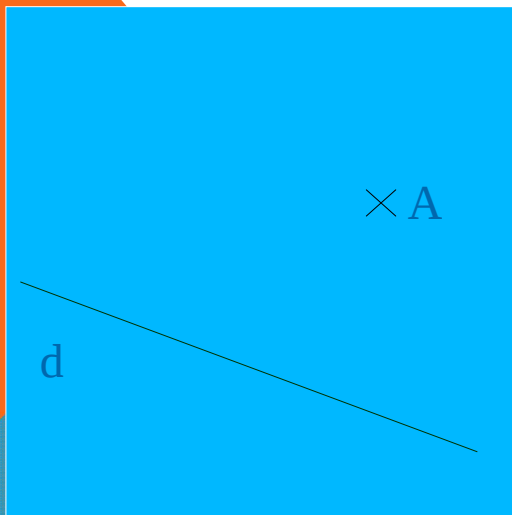


Une sixième étape au CM1

Perpendicularité outil

Exemple : pour le parallélisme

Avec uniquement l'équerre, sans mesurer, tracer une droite qui passe par le point A et qui est parallèle à la droite d.



Exemple : pour la
symétrie

Recherche Tracer le symétrique d'une figure

1 Travail sur fiche 104.
On a commencé la construction du symétrique de la figure par rapport à l'axe d .
Le segment symétrique du côté AB est déjà tracé.
Termine la construction.

The diagram shows a geometric construction on a grid. A horizontal line is labeled 'd'. Above it, a point 'A' is connected to a point 'B' on line 'd' by a horizontal segment AB. A point 'E' is above 'B', and a point 'D' is to the right of 'E'. A vertical segment BC is drawn from 'B' to a point 'C' on line 'd'. A line segment connects 'A' and 'E'. Another line segment connects 'E' and 'D'. Below line 'd', a line segment is drawn parallel to AB, starting from a point on 'd' and extending to the right. This segment is the first part of the symmetric figure.

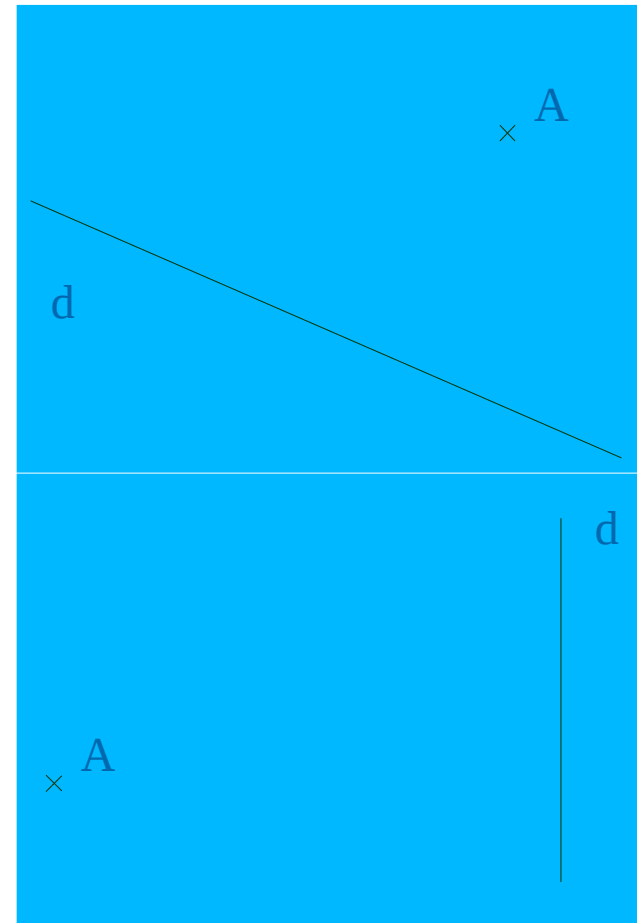
2 Travail sur fiches 105 et 106.
Trace les symétriques des figures 2 et 3.

Une septième étape au CM2

Un nouvel aspect de la perpendicularité



- 1) Trouver le point de la droite D qui est le proche du point A .
- 2) Ecrire une méthode qui permet de trouver, du premier coup, le point d'une droite qui est le plus proche d'un point qui n'est pas sur la droite.



Une huitième étape au CM2

Réinvestissement de la perpendicularité



- Pour décrire une figure
- Pour reproduire une figure
- Pour construire une figure
- d'après une description
- d'après un schéma...

5

Sur papier uni,
construis en
vraie grandeur
la figure qui
correspond
à ce schéma.

